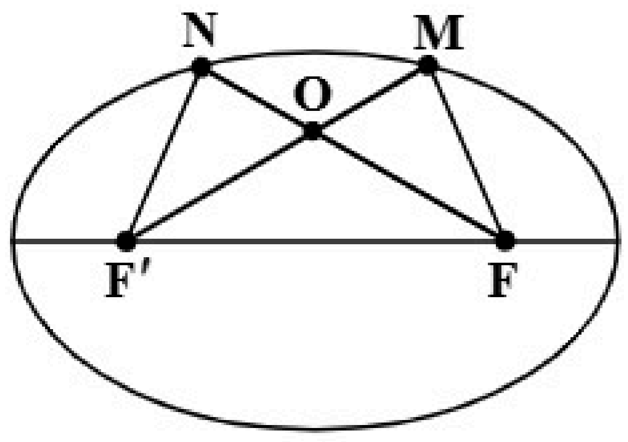
ارزشیابی تشریحی مرحلهٔ ۴ (۱۴۰۴-۱۴۰۳)
ویژهٔ دانش‌آموزان پایهٔ دوازدهم (رشتهٔ ریاضی فیزیک)
گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی
هندسه ۳
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه

ردیف		نمره
۱	درستی یا نادرستی موارد «الف» و «ب» را تعیین کنید و جاهای خالی را در موارد «پ» و «ت» کامل کنید. الف) اگر A ماتریس همانی و B ماتریس هم‌مرتبه با A باشد، آنگاه حاصل‌ضرب آن‌ها تعویض‌پذیر است. ب) اگر $A=\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{۳}}{۲} & \frac{۱}{۲} \\ -\frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲} \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $A^{۲۰۲۵}=I$. پ) دترمینان ماتریس $A=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & -۳ \\ ۱ & ۰ & -۱ \\ ۲ & ۱ & ۲ \end{bmatrix}$ برابر .... است. ت) اگر $A=\begin{bmatrix} ۸ & m \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix}$ وارون‌پذیر نباشد، m برابر .... است.	۱/۵
۲	اگر $A=\left[a_{ij}\right]_{۲\times۲}$ که $a_{ij}=\begin{cases} i-۲j & i<j \\ ۱ & i=j \\ -i+j & i>j \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^{۲}+I$ را به‌دست آورید.	۱/۵
۳	اگر $A=\left[a_{ij}\right]_{۲\times۲}$ و $\left\|A^{۴}\right\|=۶۲۵$ باشد، حاصل $\frac{\left\|۴A\right\|}{\left\|۲A^{-۱}\right\|}$ را به‌دست آورید.	۱
۴	دستگاه معادلات $\begin{cases} ۳x+۲y=۴ \\ x-y=۳ \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۱
۵	مقدار k را چنان بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} kx+۳y=k^{۲} \\ ۳x+ky=k-۶ \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد.	۱
۶	جملهٔ زیر را با عبارات مناسب کامل کنید. «همهٔ نقاط روی سهمی $(y-۱)^{۲}=-۸(x+۱)$ از نقطهٔ .... و خط .... به فاصلهٔ یکسان قرار دارند.»	۰/۵
۷	نقطهٔ A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای را بیابید که از A به فاصلهٔ ۲ واحد و از d به فاصلهٔ ۳ واحد باشد. (در وجود و تعداد جواب‌ها بحث کنید.)	۱/۲۵
۸	وضعیت دایره به معادلهٔ $x^{۲}+y^{۲}-۶x-۲y+۹=۰$ را نسبت به دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱ واحد مشخص کنید.	۱
۹	معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $(۱,-۱)$ را بنویسید که روی خط $۴x-۳y=۲$ وتری به‌طول ۶ جدا کند.	۱
۱۰	اگر $A(۲,۱۲)$ و $A'(۲,-۸)$ دو سر قطر بزرگ یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{۳}{۵}$ باشند، فاصلهٔ کانونی بیضی را بیابید.	۱

ردیف		نمره
۱۱	در بیضی شکل زیر، اگر $MF = NF'$ باشد، ثابت کنید $OF = OF'$. 	۱
۱۲	معادلهٔ سهمی را تعیین کنید که مختصات رأس و کانون آن به‌ترتیب $(۲,۱)$ و $(۲,-۱)$ باشد، سپس معادلهٔ خط هادی آن را بنویسید.	۱
۱۳	در سهمی به معادلهٔ $y^۲ = ۴x - ۴y$ مختصات رأس، مختصات کانون و معادلهٔ خط هادی سهمی را به‌دست آورید.	۱/۲۵
۱۴	درستی یا نادرستی موارد «الف» و «ب» را تعیین کنید و جاهای خالی را در موارد «پ» و «ت» کامل کنید. الف) خط به معادلهٔ $\begin{cases} y = -۴ \\ z = ۴ \end{cases}$ بر صفحه xoz عمود است. ب) معادلهٔ صفحهٔ موازی صفحهٔ xoy که از نقطهٔ $A(-۳,-۴,-۵)$ می‌گذرد به‌صورت $z = -۵$ است. پ) حاصل $\left\lvert \vec{k} \times (\vec{i} \times \vec{j}) + \vec{k} \cdot (\vec{i} \cdot \vec{j}) \right\rvert$ برابر .... است. ت) اگر بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بر هم عمود بوده و اندازهٔ آن‌ها با هم برابر باشد، آنگاه بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ .... یکدیگر هستند.	۱/۲۵
۱۵	اگر $\vec{a} = (\frac{۳}{۲}, -\frac{۱}{۲}, \frac{۱}{۲})$ و $\vec{b} = (۱,۰,۱)$ باشند، تصویر قائم بردار $۲\vec{a} - \vec{b}$ را بر امتداد بردار $\vec{b}$ به‌دست آورید و سپس اندازهٔ آن را نیز محاسبه کنید.	۱/۵
۱۶	اگر مساحت مثلث ایجاد شده بر روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ برابر ۶ و اندازهٔ بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به‌ترتیب ۳ و ۸ باشد، حاصل $(\vec{a} + ۲\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ را به‌دست آورید. (زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کمتر از ۹۰° است.)	۱/۷۵
۱۷	بر روی سه بردار $\vec{a} = ۲\vec{i} - \vec{j}$، $\vec{b} = \vec{j} + ۲\vec{k}$ و $\vec{c} = ۴\vec{i} - \vec{k}$ یک متوازی‌السطوح ساخته شده است. اگر قاعدهٔ این متوازی‌السطوح بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ باشند، ارتفاع متوازی‌السطوح را حساب کنید.	۱/۵

موفق باشید

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

ویژهٔ پایهٔ دوازدهم

اردیبهشت ۱۴۰۴

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۴

هندسه ۳ (رشته ریاضی و فیزیک)

۱۴۰۳_۱۴۰۴

-۱

الف) درست؛ زیرا: $A=I \Rightarrow AB=IB=BI=B$

ب) نادرست؛ زیرا:

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲}\\ \frac{\sqrt{۳}}{۲} & -\frac{۱}{۲}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{۱}{۲} & \frac{\sqrt{۳}}{۲}\\ \frac{\sqrt{۳}}{۲} & -\frac{۱}{۲}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}=I \Rightarrow \begin{cases} n\text{ زوج}: A^n=I\\ n\text{ فرد}: A^n=A\end{cases} \Rightarrow A^{۲۰۲۵}=A$$

پ) ۱۰−؛ زیرا با بسط نسبت به سطر دوم، داریم:

$$\begin{vmatrix}۱ & ۲ & -۳\\ ۱ & ۰ & -۱\\ ۲ & ۱ & ۲\end{vmatrix}=-۱(۴+۳)+۱(۱-۴)=-۷-۳=-۱۰$$

ت) ۶−؛ زیرا برای وارون‌پذیر نبودن، دترمینان A باید صفر باشد، پس:

$$\begin{vmatrix}m & ۸\\ ۳ & -۴\end{vmatrix}=۰ \Rightarrow -۴m-۲۴=۰ \Rightarrow m=-۶$$

-۲

$$A=\begin{bmatrix}a_{۱۱} & a_{۱۲} & a_{۱۳}\\ a_{۲۱} & a_{۲۲} & a_{۲۳}\\ a_{۳۱} & a_{۳۲} & a_{۳۳}\end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix}۱ & -۳ & -۵\\ -۱ & ۱ & -۴\\ -۲ & -۱ & ۱\end{bmatrix}$$

$$A^{۲}=\begin{bmatrix}۱ & -۳ & -۵\\ -۱ & ۱ & -۴\\ -۲ & -۱ & ۱\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۱ & -۳ & -۵\\ -۱ & ۱ & -۴\\ -۲ & -۱ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۴ & -۱ & ۲\\ ۶ & ۸ & -۳\\ -۳ & ۴ & ۱۵\end{bmatrix}$$

$$A^{۲}+I=\begin{bmatrix}۱۴ & -۱ & ۲\\ ۶ & ۸ & -۳\\ -۳ & ۴ & ۱۵\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۱ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۱ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۵ & -۱ & ۲\\ ۶ & ۹ & -۳\\ -۳ & ۴ & ۱۶\end{bmatrix}$$

-۳

نکته: $|A^n|=|A|^n$ ، $|A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}$ و $|kA_{n\times n}|=k^n|A_{n\times n}|$

$$|A^{۴}|=۶۲۵ \Rightarrow |A|^{۴}=۵^{۴} \Rightarrow |A|=\pm ۵$$

$$\frac{|۴A|}{|۲A^{-۱}|}=\frac{۴^{۲}|A|}{۲^{۲}|A^{-۱}|}=\frac{۱۶|A|}{۴|A^{-۱}|}=\frac{۱۶|A|}{\frac{۴}{|A|}} \text{ یا } \frac{۴|A|}{\frac{۱}{|A|}}=۴\frac{|A|}{\frac{۱}{|A|}}=۴|A|^{۲}=۴\times ۲۵=۱۰۰$$

-۴

نکته: در حالت کلی اگر $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب و $B=\begin{bmatrix}e_۱\\ e_۲\end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $X=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases}ax+by=e_۱\\ cx+dy=e_۲\end{cases}$ باشند، در این صورت دستگاه مذکور به شکل معادلهٔ ماتریسی $AX=B$ نوشته شده و در صورتی که ماتریس A وارون‌پذیر باشد یا $|A|\neq ۰$ با ضرب $A^{-۱}$ از چپ در معادلهٔ فوق می‌توان مجهولات را به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$AX=B \Rightarrow A^{-۱}(AX)=A^{-۱}B \Rightarrow (A^{-۱}A)X=A^{-۱}B \Rightarrow IX=A^{-۱}B \Rightarrow X=A^{-۱}B$$

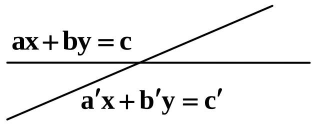
$$A=\begin{bmatrix}۳ & ۲\\ ۱ & -۱\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}۴\\ ۳\end{bmatrix} \Rightarrow AX=B$$

$$X=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix}=A^{-۱}\times B=\frac{۱}{-۳-۲}\begin{bmatrix}-۱ & -۲\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۴\\ ۳\end{bmatrix}=-\frac{۱}{۵}\begin{bmatrix}-۱۰\\ ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases}x=۲\\ y=-۱\end{cases}$$

-۵

نکته: سه حالت زیر را برای دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ می‌توان در نظر گرفت:

الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$، در این صورت دو خط متقاطع‌اند و دستگاه یک جواب یکتا دارد.



ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$، در این صورت دو خط موازی‌اند و یکی از دو حالت زیر می‌تواند رخ دهد:

۱) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$، در این حالت دو خط موازی‌اند و هیچ نقطهٔ اشتراکی ندارند، لذا دستگاه هیچ جوابی ندارد.

$ax+by=c$

$a'x+b'y=c'$

۲) $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ در این حالت دو خط موازی‌اند و روی یکدیگر واقع‌اند یا به عبارتی هر دو معادله یک خط را نشان می‌دهند، لذا دستگاه تعداد بی‌شمار جواب دارد و هر نقطه‌ای که در یکی از معادلات صدق کند، در دیگری هم صدق می‌کند.

$ax+by=c$

$a'x+b'y=c'$

در حالتی که $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه بی‌شمار جواب دارد، پس:

روش اول:

$$\frac{k}{۳} = \frac{۳}{k} = \frac{k^۲}{k-۶} \Rightarrow k^۲ = ۹ \Rightarrow k = \pm ۳ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{k=۳} \frac{۳}{۳} = \frac{۳}{۳} = \frac{۹}{-۳} \times \\ \xrightarrow{k=-۳} \frac{-۳}{۳} = \frac{۳}{-۳} = \frac{۹}{-۹} \checkmark \end{cases} \Rightarrow k = -۳$$

روش دوم:

$$\frac{k}{۳} = \frac{۳}{k} = \frac{k^۲}{k-۶} \Rightarrow k(k-۶) = ۳k^۲ \Rightarrow ۲k^۲ + ۶k = ۰ \Rightarrow ۲k(k+۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} k = ۰ \text{ غ‌ق‌ق} \times \\ k = -۳ \Rightarrow \frac{-۳}{۳} = \frac{۳}{-۳} = \frac{۹}{-۹} \checkmark \end{cases} \Rightarrow k = -۳$$

-۶

$x = ۱$ ،$(-۳,۱)$

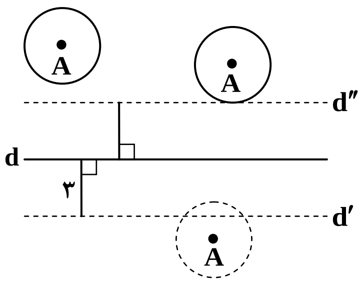
زیرا کلیهٔ نقاط روی سهمی از کانون و خط هادی سهمی به فاصلهٔ یکسان قرار دارند، پس:

رأس $S(-۱,۱)$

$-۴a = -۸ \Rightarrow a = ۲$

$$\text{سهمی افقی روبه چپ} \Rightarrow \begin{cases} F(-۳,۱) \text{ کانون} \\ x = ۱ \text{ خط هادی} \end{cases}$$

-۷



مکان هندسی نقاطی که از A به فاصلهٔ ۲ سانتی‌متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی‌متر است. نقاطی که از خط d به فاصلهٔ ۳ سانتی‌متر باشد دو خط d' و d'' در طرفین خط d به موازات d است. محل برخورد دو خط d' و d'' با دایره مطابق شکل جواب مسأله است.

اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند، مسأله ۲ جواب دارد.

اگر یکی از دو خط d' یا d'' بر دایره مماس باشد، مسأله ۱ جواب دارد.

اگر هیچ‌یک از دو خط d' یا d'' دایره را قطع نکند مسأله جواب ندارد.

دقت کنید که با توجه به اندازه‌های مسئله، حالتی که دایره بر هر دو خط d' و d'' مماس باشد، یا حالتی که بر یکی مماس و دیگری را در دو نقطه قطع کند و یا اینکه هر دو خط را در دو نقطه قطع کند، امکان‌پذیر نیست.

۸-

برای تعیین وضعیت دو دایره، ابتدا مرکز و شعاع هر دو دایره را محاسبه و سپس OO' یا طول خط‌المرکزین را محاسبه و با مجموع دو شعاع و قدرمطلق تفاضل دو شعاع مقایسه می‌کنیم.

$$x^۲+y^۲-۶x-۲y+۹=۰ \Rightarrow O(۳,۱)\ ,\ R=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶+۴-۳۶}=۱$$

$x^۲+y^۲=۱$: دایره به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱

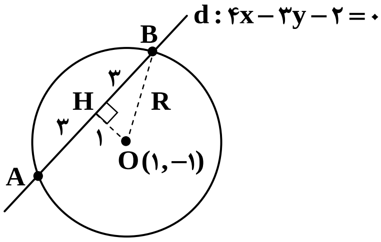
$O'(۰,۰)\ ,\ R'=۱$

$d=OO'=\sqrt{۹+۱}=\sqrt{۱۰}$

$\sqrt{۱۰}>۱+۱ \Rightarrow d>R+R' \Rightarrow$ دو دایره متخارج

۹-

می‌دانیم قطر عمود بر وتر دایره آن وتر را نصف می‌کند: $AH=BH=۳$



$$OH=\frac{|۴+۳-۲|}{\sqrt{۱۶+۹}}=\frac{۵}{۵}=۱$$

$$\Rightarrow R^۲=۱^۲+۳^۲=۱۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲+(y+۱)^۲=۱۰$$

$$x^۲-۲x+۱+y^۲+۲y+۱=۱۰ \Rightarrow x^۲+y^۲-۲x+۲y-۸=۰$$

۱۰-

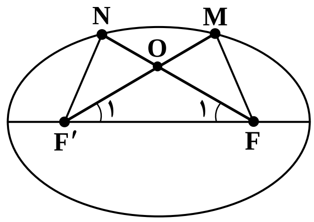
نکته: خروج از مرکز هر بیضی با طول قطر بزرگ $۲a$ و اندازهٔ فاصلهٔ کانونی $۲c$ برابر $\frac{c}{a}$ است.

$$۲a=۱۲-(-۸)=۲۰ \Rightarrow a=۱۰$$

$$\frac{c}{a}=\frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{c}{۱۰}=\frac{۳}{۵} \Rightarrow c=۶ \Rightarrow ۲c=۱۲$$

۱۱-

با توجه به ویژگی نقاط روی بیضی، داریم:



$$MF+MF'=NF+NF' \xrightarrow{MF=NF'} MF'=NF$$

$$\begin{cases} MF'=NF \\ FF'=FF' \xrightarrow{\text{ض‌ض‌ض}} \overset{\triangle}{MFF'}\cong NFF' \\ MF=NF' \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{F}_۱=\hat{F}'_۱ \Rightarrow \overset{\triangle}{OFF'}\ \text{متساوی‌الساقین}$$

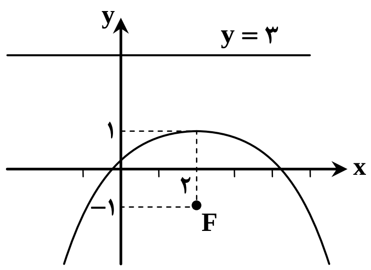
$$\Rightarrow OF=OF'$$

۱۲-

نکته: معادلهٔ سهمی قائم با رأس $S(h,k)$ به‌صورت زیر است.

معادلهٔ سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانهٔ سهمی
$(x-h)^۲=-۴a(y-k)$	$(h,-a+k)$	$y=a+k$	خط $x=h$	روبه پایین

با توجه به موقعیت مختصات رأس و کانون، سهمی قائم رو به پایین است و داریم:



$a=۱-(-۱)=۲$

$(x-۲)^۲=-۸(y-۱)$

خط هادی : $y=۳$

-۱۳

$y^۲ + ۴y + ۴ = ۴x + ۴ \Rightarrow (y+۲)^۲ = ۴(x+۱) \Rightarrow$ سهمی افقی و دهانهٔ آن رو به راست است.

نکته: معادلهٔ سهمی افقی با رأس $S(h,k)$ به‌صورت زیر است.

معادلهٔ سهمی	کانون	خط هادی	محور سهمی	دهانهٔ سهمی
$(y-k)^۲ = ۴a(x-h)$	$(a+h,k)$	$x=-a+h$	خط $y=k$	روبه راست

$S(-۱,-۲)$: رأس

$۴a = ۴ \Rightarrow a = ۱$

$F(۰,-۲)$: کانون

$x = -۲$: خط هادی

-۱۴

الف) نادرست؛ زیرا خط به معادلهٔ $\begin{cases} y=b \\ z=c \end{cases}$ بر صفحهٔ yoz عمود است.

ب) درست

پ) صفر؛ زیرا اولاً:

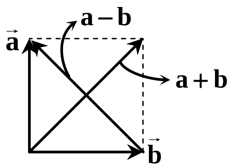
$$\left|\vec{k}\times(\vec{i}\times\vec{j})\right| = \left|\vec{k}\times\vec{k}\right| = |\vec{o}| = ۰$$

ثانیاً ضرب داخلی بردارهای عمود بر هم برابر صفر است، پس:

$$\vec{k}\cdot(\vec{i}\cdot\vec{j}) = ۰$$

پس حاصل برابر صفر است.

ت) عمودمنصف؛ زیرا در این حالت مطابق شکل، بردارهای $a+b$ و $a-b$ قطرهای یک مربع هستند.



-۱۵

بردار تصویر قائم $\vec{a}$ بر امتداد بردار $\vec{b}$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\vec{a}' = r\vec{b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^۲}\vec{b}$$

$$۲\vec{a} - \vec{b} = (۳,-۱,۱) - (۱,۰,۱) = (۲,-۱,۰) = \vec{c}$$

$$\vec{c}' = \frac{\vec{c}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^۲}\vec{b} = \frac{۲+۰+۰}{۱+۰+۱}(۱,۰,۱) = (۱,۰,۱)$$

$$|\vec{c}'| = \sqrt{۱+۰+۱} = \sqrt{۲}$$

-۱۶

مساحت مثلثی که با دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود برابر است با $S = \frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}|$

$$\frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}| = ۶ \Rightarrow |\vec{a}\times\vec{b}| = ۱۲$$

روش اول:

$$|a\times b| = \underbrace{|a|}_{۳}\underbrace{|b|}_{۸}\sin\theta = ۱۲ \Rightarrow \sin\theta = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\theta\ \text{حاده است}} \theta = ۳۰^\circ \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = |a||b|\cos\theta = ۳\times۸\times\frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۲\sqrt{۳}$$

روش دوم:

$$(\vec{a}\cdot\vec{b})^۲ + |\vec{a}\times\vec{b}|^۲ = |\vec{a}|^۲|\vec{b}|^۲ \Rightarrow (\vec{a}\cdot\vec{b})^۲ + ۱۴۴ = ۹\times۶۴ \Rightarrow (\vec{a}\cdot\vec{b})^۲ = ۴۳۲ \Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b} = ۱۲\sqrt{۳}$$

$$(\vec{a}+۲\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b}) = |\vec{a}|^۲ - \vec{a}\cdot\vec{b} + ۲\vec{a}\cdot\vec{b} - ۲|\vec{b}|^۲ = |\vec{a}|^۲ + \vec{a}\cdot\vec{b} - ۲|\vec{b}|^۲ = ۹ + ۱۲\sqrt{۳} - ۲(۶۴) = ۱۲\sqrt{۳} - ۱۱۹$$

-۱۷

حجم متوازی‌السطوح برابر است با مساحت قاعده در ارتفاع.

با توجه به اینکه قاعده بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ می‌باشد. اندازهٔ قاعده برابر $|\vec{a}\times\vec{b}|$ و حجم متوازی‌السطوح $|\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})|$ می‌باشد و ارتفاع آن برابر است با تقسیم حجم بر مساحت قاعده.

روش اول:

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ ۲ & -۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۳ \end{vmatrix}=(-۳,-۶,۲) \Rightarrow |\vec{a}\times\vec{b}|=\sqrt{۹+۳۶+۴}=۷$$

$$|\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})|=|(۴,۰,-۱)\cdot(-۳,-۶,۲)|=|-۱۲-۰-۲|=|-۱۴|=۱۴$$

$$h=\frac{|\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})|}{|\vec{a}\times\vec{b}|}=\frac{۱۴}{۷}=۲$$

روش دوم: توجه کنید که حجم متوازی‌السطوح را با استفاده از دترمینان ۳×۳ که هر سطر آن را یکی از سه بردار تشکیل می‌دهد، می‌توان به‌دست آورد:

$$V=\left|\begin{vmatrix} ۰ & ۱ & ۳ \\ ۲ & -۱ & ۰ \\ ۴ & ۰ & -۱ \end{vmatrix}\right|=|۰-۱(-۲)+۳(۴)|=۱۴$$

(ترتیب نوشتن بردارها اهمیتی ندارد؛ زیرا جابه‌جا کردن سطرها در قدرمطلق حاصل دترمینان تأثیری ندارد.)

$$\text{ارتفاع}=\frac{\text{حجم متوازی‌السطوح}}{\text{مساحت قاعدهٔ متوازی‌السطوح}}=\frac{۱۴}{۷}=۲$$